



声学超材料和拓扑声子晶体研究进展

叶莉萍¹, 陆久阳¹, 邓伟胤¹, 柯满竹¹, 刘正猷^{1,2*}

1. 武汉大学物理科学与技术学院, 人工微结构教育部重点实验室, 武汉 430072

2. 武汉大学高等研究院, 武汉 430072

* 联系人, E-mail: zyliu@whu.edu.cn

2024-09-11 收稿, 2024-11-11 修回, 2024-11-21 接受, 2024-11-22 网络版发表

国家重点研发计划(2022YFA1404500, 2022YFA1404900)、国家自然科学基金(12074128, 12104347, 12222405, 12374409)、湖北省自然科学基金(2024AFB712)和广东省基础与应用基础研究基金(2021B1515020086, 2022B1515020102)资助

摘要 声学超材料和声子晶体是近30年发展起来的新型声学人工结构材料, 这类声学材料通常由“人工原子”构成, 具有天然材料所不具备的物理特性, 如负折射率、负有效参数等. 这些独特的物理特性为声振动的精确可控调制提供了新手段, 实现了许多有趣的物理现象, 如声隐身、隔声、声反常折射/反射、声自弯曲等. 目前, 声子晶体和声学超材料已发展出许多新的研究方向, 如非互易声学超材料、拓扑声子晶体等, 这类物理系统引起了研究人员的广泛关注, 成为近些年的研究热点. 本文回顾了声子晶体和声学超材料的研究历史和最新进展, 简要介绍了其中代表性的研究成果, 包括等效声学参数、拓扑声子晶体和声学超材料的非平庸特性等, 阐述了这类声学人工结构材料的设计方法和应用前景, 展望了该领域的未来发展方向.

关键词 声学超材料, 声子晶体, 声学拓扑态, 拓扑物理, 人工结构材料

周期性结构调制波传播的研究可以追溯到20世纪中叶^[1]. 使用人工结构材料来控制波的特性始于光子晶体和声子晶体^[2,3]. 在声学系统中, 声子晶体的概念于1993年由Kushwaha等人^[3]提出. 声子晶体是弹性模量和质量密度周期性调制的人工结构复合材料, 其人工原子属于波长尺度范畴. 它通常是由阻抗失配较大的背景材料和周期性单元共同构成. 由于晶格的平移对称性, 声子晶体具有类似于电子材料的能带结构. 通过精准地调控能带结构, 声子晶体为人们提供了操纵声波的有效手段, 可实现许多奇特的声学现象, 如隔声、声子晶体波导、慢声效应、负折射等^[4-8]. 更进一步, 把人工原子设计到亚波长尺度, 人工原子自身的振动特性可调控声学人工结构材料的能带结构, 从而调控声波的激发与传播, 产生一些独特的物理特性, 例如负折射率、负有效弹性模量以及负有效质量密度等^[9,10].

这类由亚波长人工原子构成的声学人工结构材料通常称之为声学超材料, 最早由Liu等人^[11]于2000年提出. 他们通过引入低频局域共振单元获得了低频的声学带隙并实现了负有效质量密度. 在这项工作的基础上, 声学超材料伴随着光学人工超材料的相关研究一同发展, 致力于开发控制声波传播新方法, 并在许多方面都取得了成功. 例如, 已设计出能够实现声隐身的声学超材料^[12], 设计出具有负折射率的声学超材料, 可以弯曲声波的传播方向, 实现聚焦和声场塑造^[9]等. 值得注意的是, 虽然声学超材料概念初始专指由尺寸远小于波长的人工原子构成、具有有效声学弹性参数的人工结构材料, 然而近年来这一概念已被扩展到包含声子晶体等所有声学人工结构材料. 本文中为行文方便起见, 声学超材料仍取其狭义的、原始的定义, 即特指由亚波长人工原子构成的声学人工结构.

引用格式: 叶莉萍, 陆久阳, 邓伟胤, 等. 声学超材料和拓扑声子晶体研究进展. 科学通报, 2025, 70: 1702–1719

Ye L, Lu J, Deng W, et al. Research advances in acoustic metamaterials and topological phononic crystals (in Chinese). Chin Sci Bull, 2025, 70: 1702–1719, doi: [10.1360/TB-2024-0964](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0964)

近20年来,声学人工结构材料领域发展迅速,为声波的调控提供了许多新途径.近年来,随着拓扑物理的迅速发展,声子晶体与拓扑物理相结合,实现了许多有趣的拓扑声学调控;由于声子晶体设计和制备独特的方便性,可实现电子系统中难以实现的拓扑效应.本文综述了声学人工结构材料领域的进展,介绍了关于具有反常声学参数的超材料、声学超表面、拓扑声子晶体等方面的研究,阐述了其物理原理及应用前景,并表明了技术挑战和未来可能的研究方向.本文重点关注用于控制声波在流体介质中传播的声学超材料和声子晶体.

1 声学超材料及其特性

质量密度 ρ 和体弹性模量 K 是声学材料的两个重要参数,它们控制着波在介质中的传播特性.在自然界传统材料中,这两个参数都是正值且不能轻易改变,这是因为它们通常取决于材料的化学成分和微观结构.然而,如果使用亚波长人工原子构造声学超材料,通过增强声-物质相互作用,那么就有可能设计波的特性,可获得在自然界中未观察到的有效声学参数值.本节主要概述由亚波长人工原子构成的声学超材料的研究进展.声学超材料根据其结构特征和对声波的响应特性,可分为共振和非共振型超材料.

1.1 共振型声学超材料

构成共振型声学超材料的基本结构单元(人工原子)主要包括局域共振结构、亥姆霍兹共振结构和薄膜结构.研究表明,共振单元的单极模态引起体弹性模量的共振响应,可产生负有效体弹性模量;共振单元的偶极模态引起质量密度的共振响应,可产生负有效质量密度;通过将共振单元的单极和偶极模态的频率设计为一致,则可实现有效质量密度和有效体模量同时为负.二者同时为负的声学超材料也称之为双负声学超材料.下面将对共振型声学超材料进行具体讲述.

局域共振结构单元组成的声学超材料最早由Liu等人^[11]于2000年提出.他们将橡胶包裹的铅球置于环氧树脂基体中形成具有简立方格子的声学超材料,如图1(a)所示.他们根据多重散射理论,计算出该结构的弹性波能带结构.如图1(b)所示,该超材料的能带在400和1400 Hz附近各出现一个局域共振带隙.很显然,这两个带隙的频率远低于传统的布拉格散射导致的带隙

频率.通过分析两带隙附近的模态分布,发现这些模态的振动具有局域共振特征,声场主要局域在结构单元内.其中,400 Hz附近的低频共振对应于金属球的位移;1400 Hz附近的低频共振对应于硅橡胶层的位移,同时金属球几乎静止.在低频共振频率附近,橡胶包裹铅球这样的基本结构单元可以等效成低频偶极谐振子.当入射波的频率接近结构单元的共振频率时,入射波受到结构单元的共振散射,发生偶极谐振,从而无法以行波的形式向前传播,最终表现为沿传播方向衰减;当入射波频率大于共振频率时,铅球和基体材料发生反相的运动,从而产生负的有效质量密度的响应.如图1(c)所示,该材料的有效质量密度在400和1400 Hz两个频率附近均为负.之后,Ding等人^[13]通过引入另一新的局域共振结构单元,获得了有效体模量为负的声学超材料以及有效体模量和有效质量密度同时为负的声学超材料.图1(d)显示的是有效体模量为负的声学超材料.他们将水包裹的气泡置于环氧树脂基体中形成具有面心立方晶格的声学超材料.该结构的弹性波能带结构如图1(e)所示,在归一化频率为0.4附近出现局域共振带隙.通过分析两带隙附近的模态分布,发现这些模态的振动表现为单极共振特征.当入射波的频率接近结构单元的共振频率时,发生单极谐振;当入射波的频率大于共振频率时,气泡的压缩和膨胀运动与压力反相,从而产生负的有效体模量的响应.负有效体模量可通过相干势近似方法的计算得以证实.如图1(f)所示,该材料的有效体模量在共振频率附近为负.接着,他们将产生偶极共振的橡胶包裹的金球和产生单极共振的水包裹的气泡按照一定的排列方式置于环氧树脂基体中形成具有面心立方格子的声学超材料,如图1(g)所示,其中偶极共振单元和单极共振单元的共振频率已通过改变材料的填充率调成一致.研究结果显示,在共振频率附近,这个声学超材料的有效体模量和有效质量密度同时为负.图1(h)显示的是该结构的能带结构,其中位于共振频率带隙区域的新的能带(红色)是声学参数为双负的纵波能带.利用这个能带色散,可产生许多有趣的声波传输,如反常多普勒效应和负折射等.有趣的是,该体系的泊松比在谐振频率处为负,如图1(i)所示.此外,研究者对局域共振结构单元组成的声学超材料展开了研究^[9,10,14~18],具体为:通过改变构成局域共振结构单元的材料成分,包括在共振结构单元中引入压电材料、阻尼材料等,确定了声学超材料的能带结构的可控性,获得了更低、更宽的低频共振带隙^[14].

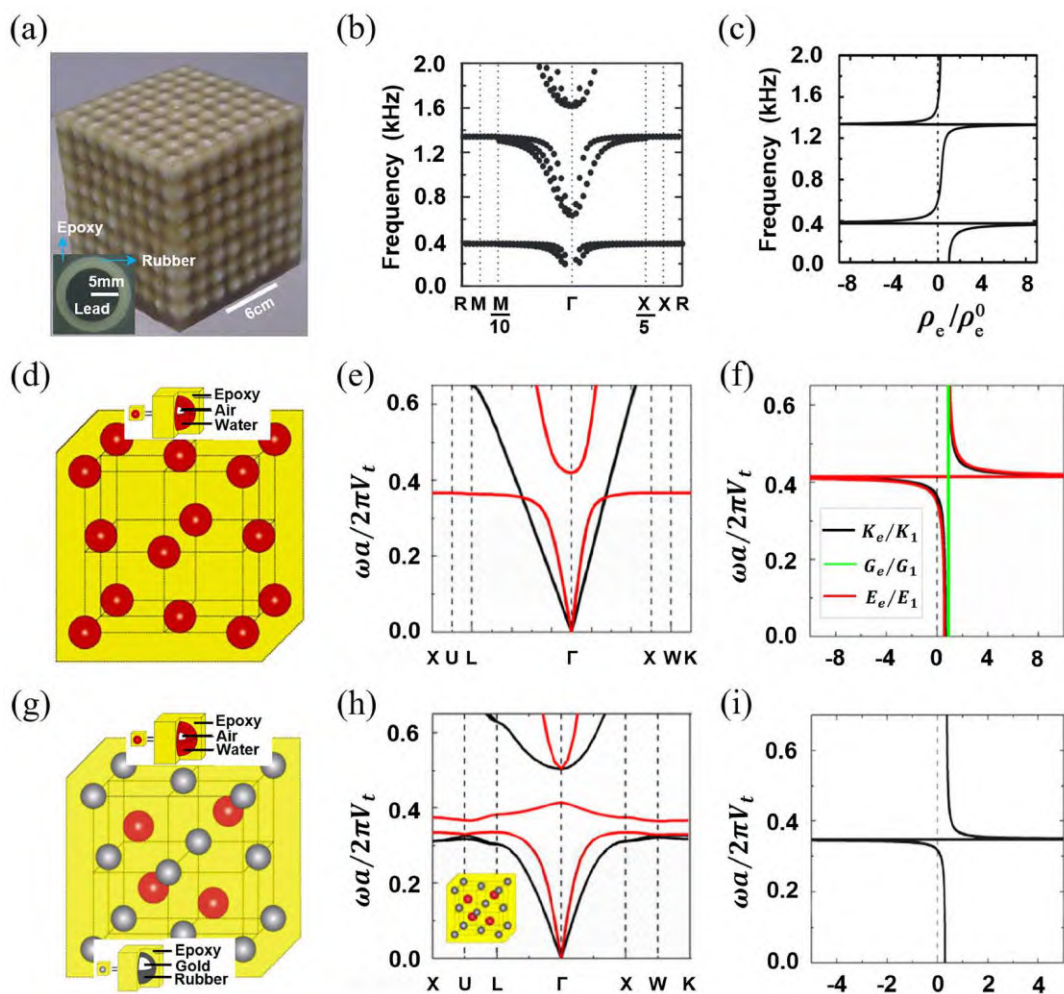


图 1 (网络版彩色)局域共振结构单元构成的声学超材料. 有效质量密度为负的声学超材料(a)的能带结构(b)及其有效质量密度分布(c)^[11]. 有效体模量为负的声学超材料(d)的能带结构(e)及其有效体模量(黑色线)、剪切模量(绿色线)、杨氏模量(红色线)分布(f)^[13]. 有效质量密度和有效体模量同时为负的声学超材料(g)的能带结构(h)及其有效泊松比分布(i)^[13]

Figure 1 (Color online) Acoustic metamaterials composed of local resonant structures. (a)–(c) Diagrams showing bulk band structure and effective mass density of the acoustic metamaterial with negative mass density^[11], respectively. (d)–(f) Unit cell, bulk band structure, and effective acoustic parameters (i.e., effective bulk modulus (black line), shear modulus (green line), and Young's modulus (red line)) of the acoustic metamaterial with negative bulk modulus^[13], respectively. (g)–(i) Unit cell, bulk band structure, and Poisson ratio of the acoustic metamaterial with negative bulk modulus and mass density^[13], respectively

研究者提出了各种方法, 包括拓扑优化、主动控制和耦合共振, 来优化他们的超材料设计, 实现了一些有趣的声学特性^[15,16], 如Chen等人^[16]通过在局域共振结构单元中引入电源驱动的电磁铁, 实现了可调的有效体弹性模量和有效质量密度同时为负的声学超材料; 除了对单个带隙结构进行优化和控制外, 研究者还引入了多个相邻带隙的概念, 以满足扩展带隙数目和带宽的需求^[17,18], 如Chen等人^[18]基于同心环局域谐振结构中的双、三振子耦合效应, 获得了多个共振频率带隙等。

亥姆霍兹共振结构是最基本的声学结构之一, 通常用于吸声和降噪. 典型的亥姆霍兹共振腔由颈和空腔组成. 亥姆霍兹共振腔共振的特点是在腔内流体的压缩和膨胀所提供的恢复力作用下, 颈段流体发生振荡. 这是一种非常好的单极共振单元. 2006年, Fang等人^[19]将一维亥姆霍兹共振腔置于超声波导中, 首次实现了一类具有负有效体弹性模量的声学超材料, 如图2(a)所示. 他们根据有效介质理论计算了带结构. 如图2(b)所示, 该声学超材料的能带在32.5 kHz附近出现局域共振带隙. 在局域共振频率附近, 可产生负有效体

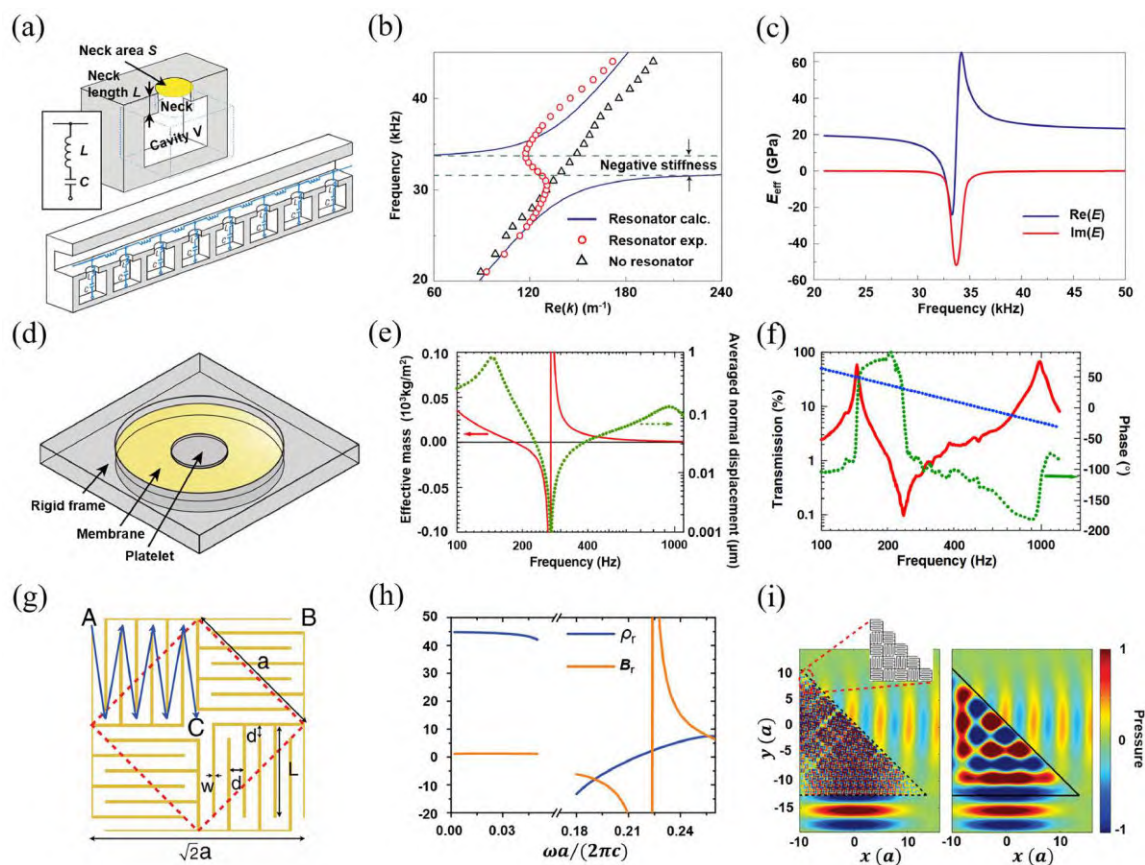


图 2 (网络版彩色)亥姆霍兹共振结构单元组成的声学超材料(a)的能带结构(b)及其有效体模量分布(c)^[19]. 薄膜结构单元组成的声学超材料(d)的有效质量密度分布(e)及其透射频谱(f)^[10,24]. 空间卷曲结构单元组成的声学超材料(g)的有效质量密度 ρ_f (蓝色线)、有效体模量 B_f (橙色线)(h)及其相关的负折射现象(i)^[34]

Figure 2 (Color online) (a)–(c) Geometry, bulk band structure, and effective bulk modulus of the acoustic metamaterial composed of Helmholtz resonators^[19], respectively. (d)–(f) Geometry, effective dynamic mass, and transmission spectra of the membrane-type acoustic metamaterial^[10,24], respectively. (g)–(i) Unit cell, effective acoustic parameters (i.e., effective mass density ρ_f (blue line) and bulk modulus B_f (orange line)), and negative refraction of the acoustic metamaterial composed of space-coiling structures^[34], respectively

弹性模量, 如图2(c)所示. 在该工作的基础上, 人们对基于亥姆霍兹共振单元构成的声学超材料展开了一系列研究^[20–23]. 例如, 通过改变耦合亥姆霍兹谐振器的几何形状和数量, 可以精准地调控声学超材料多个频段的声学特性, 实现双负有效参数和宽带噪声隔离等^[21,22]; 通过将亥姆霍兹谐振腔与主动控制器(如双压电陶瓷)结合构成基本结构单元, 由这些单元形成的声学超材料可实现高效的能量转换^[23]等.

薄膜结构是构成共振型声学超材料的一种重要基本结构单元, 它由固定在硬边界上的薄膜组成, 在薄膜的中心通常附有质量块, 其中质量块可用于调节薄膜的共振频率. 通常, 由薄膜结构单元构成的声学超材料的有效工作频率范围在50~2000 Hz; 在一定的频率范围内, 这类声学超材料具有有效质量和有效体弹性模

量频率色散以及双负有效参数等. 2008年, Yang等人^[24]利用固定边缘的圆形弹性薄膜结构单元, 首次实现了具有负动态质量特性的声学超材料, 并且在200~300 Hz频率范围内观测到了声波的近乎全反射现象, 如图2(d)~(f)所示. 随后, 其他的一些薄膜结构相继被提出, 并且实现了一些具有新奇特性的声学超材料^[25–29]. 例如, Chen等人^[25]利用磁变弹性薄膜构建了声学超材料, 通过引入非接触型梯度磁场, 实现了对有效质量密度的动态调节; Yang等人^[26]利用约束型薄膜结构单元, 实现了具有双负参数的声学超材料, 该材料可显著提高有效带宽并降低声传输损失; 一些研究者还构造了一种无质量块的低损耗薄膜结构单元, 基于此类共振薄膜, 实现了双负声学参数、非线性声学响应以及负折射率等声学特性^[27–29]等.

1.2 非共振型声学超材料

共振型声学超材料通过结构单元的共振来调节结构的声学特性,其局限性主要表现为结构单元通常比较复杂,有效工作频率区间通常比较窄.此外,薄膜结构单元构成的声学超材料结构存在寿命短、易变形和性能不稳定等问题.近年来,人们进行了许多大胆的尝试,设计出空间卷曲结构等非共振结构单元以构造声学超材料,这类材料可以延长声波的传播距离,降低声波的等效速度,从而具有较高的折射率.通过这种方式,可以克服共振型声学超材料寿命短和带隙窄的缺点.

非共振型声学超材料的研究最早起源于流体基声子晶体在长波极限下的有效声速的计算.在长波极限下,工作波长比流体基声子晶体中的特征尺度大得多,从而这类声子晶体也可被视为声学超材料.2001年,Cervera等人^[30]研究发现,在长波极限下,空气基体的声子晶体的有效声速小于空气中的波速.根据这一特性,他们设计出声学透镜用于声波的聚焦.之后,基于长波极限,其他非共振型声学超材料相继被提出^[9,10,31~33].例如,Mei等人^[31]将用于声子晶体的多重散射理论推广至长波极限,得到了流体基声学超材料的有效质量密度,其中有效质量密度小于其体平均质量密度;Cai等人^[32]研究发现,凿有小缝或小孔阵列的刚性固体在长波极限下是一均匀的各向异性声学超材料;研究者进一步探索发现,这类超材料可用于实现亚波长成像^[33]等.

空间卷曲结构通常是一种呈螺旋或缠绕形状的结构,其目的是扩大波的传播距离同时降低波的等效传播速度.由空间卷曲结构单元构成的声学超材料通常具有高的折射率,且能够克服共振型声学超材料寿命短和工作频率窄的限制.2012年,Liang等人^[34]通过弯曲和穿孔设计了一种迷宫型卷曲结构单元,如图2(g)所示,由此结构单元组成的声学超材料极大地扩展了声波在空间中的传播路径.他们的进一步研究发现,通过调节各个方向的通道长度可控制声学超材料的各向异性,从而获得了高的折射率、双负有效声学参数及负折射现象,如图2(h)和(i)所示.在此工作之上,研究者还设计了不同构型的空间卷曲结构单元,获得了具有不同声学性能的非共振型声学超材料,观测到完美声吸收、负(零)折射率、趋于零的负有效质量密度等^[9,10,35~37].具体地,例如Song等人^[35]通过尺寸小于波长的Hilbert分形结构单元构建了具有多频段完美声吸收的超材料;Maurya等人^[36]通过设计相互垂直的传播

通道,将二维卷曲空间结构扩展到三维,构建具有高度对称性和双负有效参数的三维声学超材料;Wang等人^[37]设计了一种由多孔板和带有三维迷宫式通道的空腔组成的声学超材料,此结构在很宽频率范围内可实现完美的声吸收,此外,通过装配不同参数的卷曲空间结构,可进一步扩展完美吸声频率范围等.

总而言之,与传统声学材料相比,声学超材料具有许多独特的性能,目前已在声隐身、声透镜、超分辨率成像、声吸收、降噪和反常声传输等众多领域得到了开发和应用^[9,10,38].同时,声学超材料已经向其他领域发展^[39~44],如有源声学超材料^[41]、宇称时间对称声学超材料^[42]、拓扑声超材料^[43]等,这些新型声学超材料系统表现出独特的物理特性,已成为当今的研究热点.值得注意的是,研究者将拓扑物理与由亚波长(非)共振结构构成的声学超材料结合构建的拓扑超材料具有更低频的拓扑带隙,可实现亚波长拓扑边界态,这拓宽了拓扑态对声波、振动的操控频谱^[43~46].这种亚波长拓扑边界态也存在于由局域共振结构构成的拓扑声子晶体中^[47~49].然而,目前大部分拓扑物理的研究都集中在非共振结构构成的声子晶体中^[50,51],关于此部分内容我们将在此文的拓扑声子晶体部分展开具体讲述.

1.3 声学超表面

为了实现用尽可能小的空间来操纵波以及加强波与结构材料的相互作用,研究者开展了声学超表面的研究.声学超表面属于一类调控波前的人工结构材料,其厚度远小于工作波长,通常由多个亚波长的结构单元构成,可以认为是一种特殊的声学超材料.严格地说,超表面是单层材料,它能够对入射波的相位和振幅进行任意调制.构建声学超表面的基本结构单元通常为亥姆霍兹共振结构、空间卷曲结构、薄膜结构等,每个结构单元可独立地对声波实现 $0\sim 2\pi$ 的相位调控.值得注意的是,声学超表面的反射波以及对应的折射波满足广义斯涅耳定律(generalized Snell's law),

$$\sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{\lambda_1}{2\pi} \frac{d\phi(x)}{dx} \quad \text{和} \quad \frac{1}{\lambda_2} \sin \theta_t - \frac{1}{\lambda_1} \sin \theta_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(x)}{dx},$$

其中 λ_1 为声波在介质1和介质2中的波长, $\sin \theta_{i,r,t}$ 为声波的入射角、反射角和折射角, $d\phi(x)/dx$ 为声学超表面贡献的沿界面切向的相位梯度.目前实现的声学超表面主要有反射型声学超表面、透射型声学超表面以及吸收型声学超表面^[52,53].反射型声学超表面主要用于反射声场的调控;透射型声学超表面主要用于透射

声场的调控;吸收型声学超表面则是利用声波在结构中的耗散,实现声能的吸收.除上述提到的基本构建单元外,研究者还设计了许多其他构型的基本构建单元,如槽状结构、圆形隧道结构、栅结构,或者将不同构型的结构单元组合,构建了许多具有多种功能的声学超表面^[54-59].基于声学超表面对波前灵活操控的特性,声学超表面在声隐身、声透镜、吸声降噪、反常声传输、声束转换、声全息、非接触式声操控、声编码等领域获得了广泛的应用.

2 拓扑声子晶体及其物理效应

2.1 声子晶体

声子晶体是用于控制和操纵声波或弹性波传播的新型人工复合材料.它通常由具有不同密度和波速的材料周期排列构成,其基本结构单元尺寸与工作波长接近.声子晶体通过布拉格散射控制波的能带,展示了各种独特的波传播操控^[4,5,60].例如,声子晶体可以具有绝对带隙,波入射到这类声子晶体中被全部反射,这种特性使其有望在地震波反射、声屏蔽、非吸收镜和无振动腔的构造等方面得到广泛应用^[4-8,60].在具有带隙的声子晶体中引入缺陷,可实现利用各种缺陷态、波导态控制波的传输,从而实现波的过滤以及受限传播等^[7].通过对声子晶体通带进行精准调控,可实现拍频效应、负折射、定向声传输、布洛赫振荡效应、声波二极管效应等^[4,5,60-62].目前,声子晶体的基础和应用研究涵盖了整个声学频谱,从地震波和可听声波、超声波到太赫兹的通讯波和千兆赫兹的热传输波^[60].以往的这些研究主要集中于声子晶体的带隙以及通带色散的调控,对能带的本征波函数的特性研究甚少.最近,研究者将研究视线转入声子晶体的波函数,实现了一类具有拓扑特性的新型声子晶体^[50,51].

近年来,随着电子、光子系统中拓扑物理的深入研究,声学体系中的拓扑性质也不断被发现.由于声子晶体的晶格结构可以任意设计,使得它成为展示拓扑物理的绝佳平台.声子晶体中的拓扑相包括传统和高阶拓扑相.根据能带色散分布,声子晶体中的传统拓扑相可分为声拓扑绝缘体和声拓扑半金属两大类.拓扑绝缘体是指在其体能隙内存在拓扑边界态的一类拓扑相.目前实现的声学拓扑绝缘体包括声学能谷霍尔绝缘体、自旋霍尔绝缘体、陈绝缘体、反常Floquet拓扑绝缘体以及它们的推广等^[50,51,63-65].拓扑半金属是指

具有无能隙的、在布洛赫动量空间存在某些特殊点、线、面简并的拓扑物相.根据能带简并类型,目前实现的声学拓扑半金属可以分为节点、节线、节面声拓扑半金属^[50,51].根据体-边对应关系,这些 n 维传统拓扑声子晶体通常具有 $n-1$ 维拓扑边界态,且这些拓扑边界态呈现了很多新奇的声学特性,如拓扑边界/表面态对无序、杂质具有散射免疫能力等.利用这些拓扑边界态,观测到很多有趣的现象,如声波的拓扑负折射、拓扑聚焦等.区别于声子晶体中的传统声拓扑相,高阶声拓扑相是一种新的拓扑相,其拓扑边界态不再由传统拓扑相中的体-边对应关系给出.一般来说, n 维系统中的 l 阶拓扑声子晶体在其 $n-l$ 维边界上具有拓扑保护的边界态^[66].目前已构造出各种类型的高阶声拓扑相,包括高阶声拓扑绝缘体和高阶声拓扑半金属.最近,研究者将更多新奇的物理引入到声学系统中,实现了许多有趣的拓扑态,如非阿贝尔、非厄米、非线性声学拓扑态和拓扑缺陷态等^[50,51,67-69],这些将成为未来研究的重点.下面对一些典型的拓扑声子晶体进行具体讲述.

2.2 声学能谷霍尔绝缘体与声学自旋霍尔绝缘体

能谷自由度,也称之为能谷赝自旋,标记动量空间中能量极值的态.类似于自旋电子学中的自旋,能谷自由度也可作为一种新型信息载体,有望用于新型电子器件设计,从而受到广泛的关注.受电子体系中能谷拓扑态研究的启发,研究者将能谷的概念引入到经典波体系中,在人工晶体中也实现了能谷拓扑态^[70-83].声能谷霍尔绝缘体通常可通过破坏空间反演对称性或镜面对称来打开狄拉克点简并获得^[73,74].有趣的是,在不同的能谷附近,可实现相反的轨道磁矩和贝里曲率.这导致了各种与能谷相关的现象;特别是,携带角动量的能谷赝自旋和能谷拓扑边界态在声学领域得到了广泛的研究^[73-77].声学能谷霍尔绝缘体最早由Lu等人^[73,74]提出并实现,如图3(a)所示.六角声子晶体由位于二维波导中六角排列的三角形散射体构成,其中晶体的对称性可通过旋转角 α 控制.如图3(b)所示,当 $\alpha=0^\circ$ 时,声子晶体具有 C_{3v} 对称性,一对狄拉克点出现在布里渊区的角点,即K点和K'点;当 α 偏离 0° 时,晶体的镜面对称性破缺,晶体的对称性降为 C_3 ,K点和K'点处的狄拉克点简并打开,从而形成一对频率极值点,即能谷态.由本征场可知,K和K'处的能谷态具有相反的涡旋手性.这些能谷涡旋态可用于操控体态的传播,从而实现有趣的声传输,如能谷手性锁定的声波分束^[73,75]等.通过

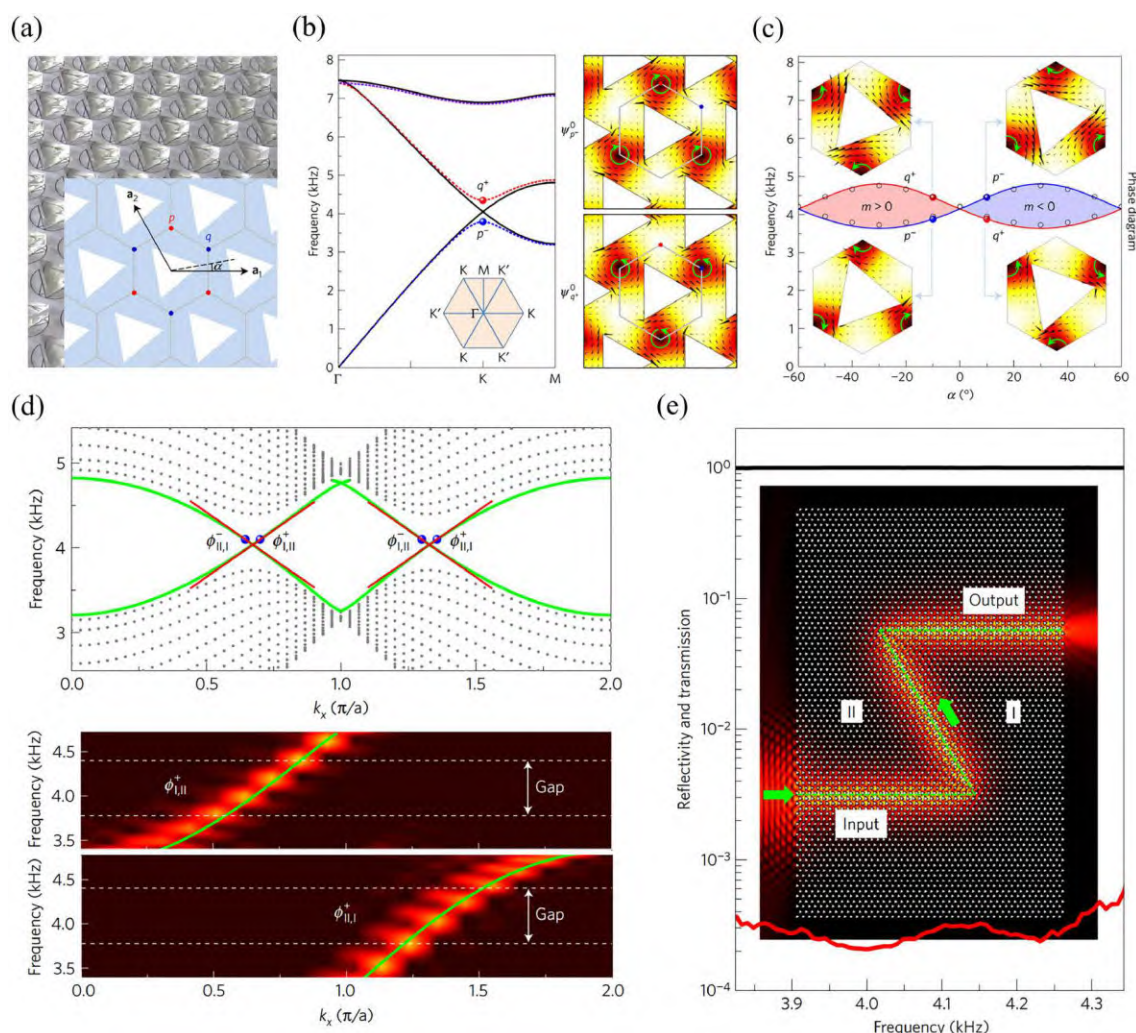


图 3 (网络版彩色)声学谷霍尔绝缘体^[74]. (a) 由三角散射体构建的声子晶体. (b) 晶体的无带隙($\alpha=0^\circ$, 黑色线)和开带隙($\alpha=10^\circ$, 彩色线)体带带结构(左图)及能谷态 ψ_p° 和 ψ_q° 的本征场分布(右图). (c) 带边频率随 α 的演化, 插图显示的是能谷态的涡旋特征. (d) 理论计算(上图)和实验测量(下图)的界面态色散. (e) 理论计算的Z型通道样品的场分布, 其中黑色和红色曲线为透射和反射谱

Figure 3 (Color online) Acoustic valley Hall insulator^[74]. (a) Phononic crystal consisted of triangular scatterers. (b) Left: Gapless and gapped bulk dispersions for the phononic crystals with $\alpha=0^\circ$ (black curves) and $\alpha=10^\circ$ (colored curves). Right: Eigenfield profiles for the valley states ψ_p° and ψ_q° . (c) Evolution of band-edge frequencies with α , with the inset displaying vortex features of the valley states. (d) Simulated (upper panel) and measured (lower panel) dispersions for the interface states. (e) Simulated field distribution for the sample with a zigzag path, where the black and red curves are the transmission and reflection spectra

计算动量空间的贝利曲率分布可发现, 贝利曲率主要分布在K和K'附近. 通过对仅包含一个能谷极值的小区域上的贝里曲率进行积分, 可以获得非零局域拓扑荷(π 贝里通量), 该局域拓扑荷称之为能谷陈数. 由于系统具有时间反演对称性, 对于同一个能带的K和K'能谷具有相反的能谷陈数; 在整个布里渊区中, 能带的净能谷陈数为零. 当旋转角 α 从 0° 持续变化至 120° 时, 晶体的带隙会经历打开-关闭-打开的过程, 如图3(c)所示. 在这个过程中, 能谷态的涡旋手性发生反转; 更重要的是, 能谷

陈数的符号也发生反转, 即具有相反转角 α 的声子晶体具有相反的能谷陈数. 因而, 在这个过程中, 声子晶体发生了拓扑相变. 进一步, 将两个具有相反能谷陈数的声子晶体拼接, 可在其界面处产生拓扑边界态. 如图3(d)所示, 能谷拓扑边界态横穿整个体带隙. 他们的进一步研究表明, 能谷边缘态可几乎无反射地通过不同拓扑构型的界面通道, 如图3(e)中展示的Z型弯折通道等. 此外, 研究者发现, 通过修改散射体构型或应用局域共振结构, 可使能谷拓扑边界态更加局域在界

面^[49,76], 并且能谷拓扑边界态可用于构造声学定向天线^[77]和激光^[78]. 能谷拓扑物理的研究已经扩展至方形晶格的声子晶体、弹性波声子晶体、多层堆垛结构、非厄米声子晶体等系统^[79~83]. 例如, 在双层声能谷霍尔绝缘体中可实现层混合和层极化能谷拓扑边界态^[80]; 在不同能谷态拓扑绝缘体间插入具有狄拉克色散的声子晶体构建的异质结构可实现高容量、能谷锁定的拓扑波导态^[81]; 在能谷声子晶体中引入增益和损耗, 可以选择性地衰减或放大能谷涡旋态和能谷拓扑边界态^[82]等.

量子自旋霍尔绝缘体可视为由两个互为时间反演的量子霍尔绝缘体构成的一个系统, 其边界支持反向传输的螺旋拓扑边界态^[84]. 在量子自旋霍尔绝缘体中, 尽管总陈数为零, 但每个自旋的陈数是非零的. 区别于量子霍尔绝缘体, 量子自旋霍尔绝缘体具有时间反演对称性. 在电子系统中, 每个电子具有半整数自旋, 时间反演对称操作算符 T 满足 $T^2=-1$, 这确保了Kramers简并的存在, 其中相反的自旋在布里渊区时间反演不变点简并. 然而, 声波是标量波, 没有内禀自旋, 时间反演对称操作算符 T 满足 $T^2=1$. 这种本质的差异使得在声学体系中构建类量子自旋霍尔绝缘体充满了挑战. 克服这个问题最常见的策略是将算符 T 修正为 UT 使其满足 $(UT)^2=-1$, 其中 U 通常是由晶格对称性生成的算符. 随后, 就可在声波体系中构建类费米子赝自旋和相应

的类Kramers简并. 2017年, He等人^[85]利用此方式在声学石墨烯晶格中构造了声学自旋霍尔绝缘体, 如图4(a)所示. 当系统的参数填充率为 $r/a=0.3928$ 时, 系统具有狄拉克点, 如图4(b)所示. 在较大或较小填充率的情形下, 狄拉克点简并被解除, 形成位于带隙两侧的二重简并的能带, 二重简并能带的本征模式为 (p_x, p_y) 或 $(d_{x^2-y^2}, d_{xy})$. 体态的赝自旋可以通过这些态的杂化来构建, 即 $p_{\pm} = p_x \pm ip_y$ 和 $d_{\pm} = d_{x^2-y^2} \pm id_{xy}$, 其中+和-分别代表赝自旋向上和向下. 由此, 通过调节晶体的结构参数, 可调节晶体的能带色散. 如图4(b)所示, 当晶体的填充率从小变大时, 能带在简并点附件发生反转, 晶体产生拓扑相变. 由声子晶体拓扑绝缘相和拓扑平庸绝缘相构成的界面支持一对无带隙拓扑边界态, 如图4(c)所示. 由图可知, 无带隙、赝自旋锁定拓扑边界态位于体带隙中, 边界态表现为关于界面对称和反对称. 边界态的赝自旋由对称 S 模式和反对称 A 模式杂化得到, 具体为: 赝自旋上 $S+iA \equiv p^+ + d_+$, 赝自旋下 $S-iA \equiv p^- + d_-$. 这些拓扑边界态能够在边界上双向传输, 如图4(d)所示. 此外, 通过布里渊区折叠的方式也可构建类似的声学自旋霍尔绝缘体^[86]. 由于声学自旋霍尔绝缘体的带隙通常很窄, 研究者采用拓扑优化来增大带隙宽度, 还通过实验证明了可重构声学自旋霍尔绝缘体^[87]. 通过类似的设计, 声学自旋霍尔绝缘体已在弹性波系统^[88]、

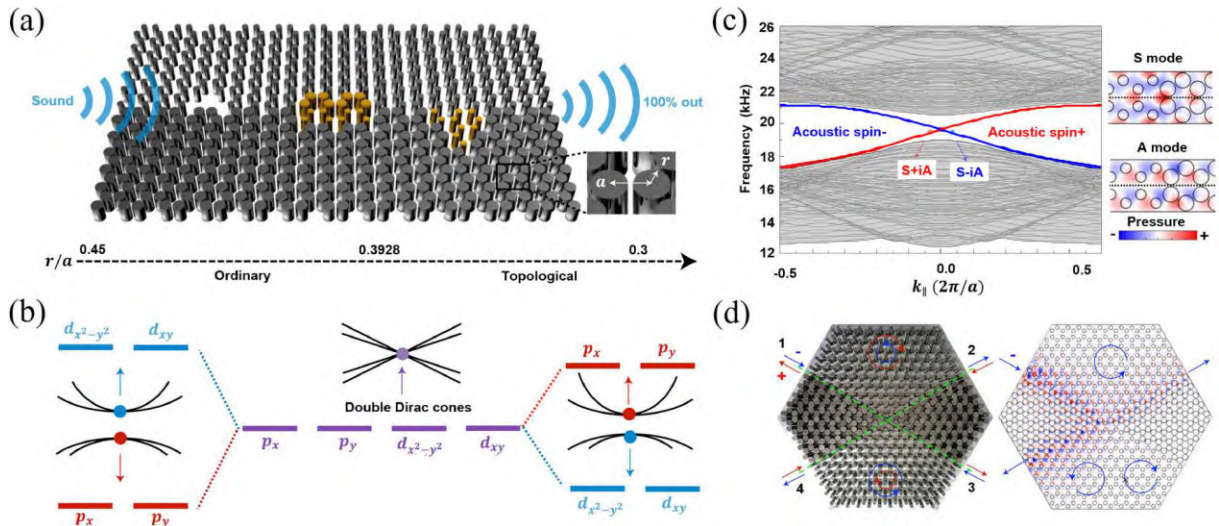


图4 (网络版彩色)声学自旋霍尔绝缘体^[85]. (a) 声学自旋霍尔绝缘体示意图. (b) 晶体的体能带结构及其随填充率的演化. (c) 拓扑界面态色散. (d) 波导分路器的照片(左图)和场分布(右图)

Figure 4 (Color online) Acoustic quantum spin Hall insulator^[85]. (a) Schematic of an acoustic quantum spin Hall insulator. (b) Bulk band structure of the crystal and its evolution with the filling ratio. (c) Dispersions for the topological interface states. (d) Photograph (left) and field distribution (right) of the waveguide splitter

机械系统^[89]中实现, 并且也被推广到了三维系统中, 构建了三维声学自旋霍尔绝缘体^[90]等.

2.3 声学陈绝缘体与声学自旋-陈绝缘体

根据时间反演对称性, 二维拓扑绝缘体通常分为两类: 时间反演破缺拓扑绝缘体和时间反演拓扑绝缘体. 时间反演破缺拓扑绝缘体支持无能隙手性边缘态, 由拓扑陈数描述, 因而通常被称为陈绝缘体. 在声波系统中, 可引入循环流体流动来打破时间反演对称性. 受此启发, 声学陈绝缘体在含循环流体的声子晶体以及含手性结构转子的共振腔阵列体系中得到实现^[91,92]. 图5(a)显示的是具有蜂窝晶格的声学环形共振腔阵列^[92]. 每个谐振腔都有一个转子, 由电机旋转, 产生稳定的气流, 打破时间反演对称性, 如图5(a)右侧图所示. 此时, 系统的体带具有非零陈数, 并在开放边界产生手性边界态, 如图5(b)所示. 图5(c)中实验测量的压力场表明, 逆时针手性边缘模式可以越过缺陷向前传输, 证明了边缘态的鲁棒性.

具有时间反演对称性的拓扑绝缘体, 其开放边界通常支持一对螺旋边界态. 在电子系统中, 这类体系支持量子自旋霍尔效应, 其体拓扑由 Z_2 指数或自旋陈数描述^[84,93]. 自旋1/2时间反演对称引起的Kramers简并保证了螺旋边界态的无能隙特性. 区别于 Z_2 指数, 自旋陈数可在没有任何对称性的情况下很好地被定义. 自旋-陈绝缘体的螺旋边界态色散形态与系统的对称性以及

边界的微观结构有着紧密的联系^[94]. 图5(d)显示的是一个声学自旋-陈绝缘体, 是一个具有层间自旋自由度的双层结构^[95]. 如图5(e)所示, 手性层间耦合管可诱导层间自旋轨道耦合, 产生具有非零自旋陈数的非平庸体带. 图5(f)显示了理论计算和实验测量的无能隙螺旋边界态色散. 由于这些拓扑边界态是层间自旋锁定的, 它们对缺陷引起的背向散射具有鲁棒性, 如图5(g)所示. 此外, 在类碳纳米管声子晶体中也观测到了类似的拓扑边界态^[96].

2.4 声学外尔和狄拉克半金属

节点型拓扑半金属是指在布洛赫动量空间存在某些特殊点简并的拓扑物相. 外尔半金属和狄拉克半金属是非常典型的两类节点型拓扑半金属. 传统的外尔点是一个两重线性交叉点, 其中两条交叉线具有相反的斜率, 这种外尔点通常也称之为I型外尔点. 在这类外尔点周围的准粒子激发满足外尔方程, 因此表现为外尔费米子. 外尔费米子的实现已经从电子系统推广到冷原子系统^[97]、光子系统^[98]和声学系统^[51]. 在声子晶体中, 传统的外尔半金属可通过层状堆叠结构实现^[99~101]. 在石墨烯晶格中很容易获得二维的线性色散. 通过手性层间耦合, 将石墨烯沿 z 方向堆叠^[99], 如图6(a)所示. 这时, 能带在 z 方向上也发生线性色散, 从而产生外尔点. 该体系在第一个布里渊区存在4个外尔点, 如图6(b)所示, 这些外尔点携带非平庸的拓扑荷+1

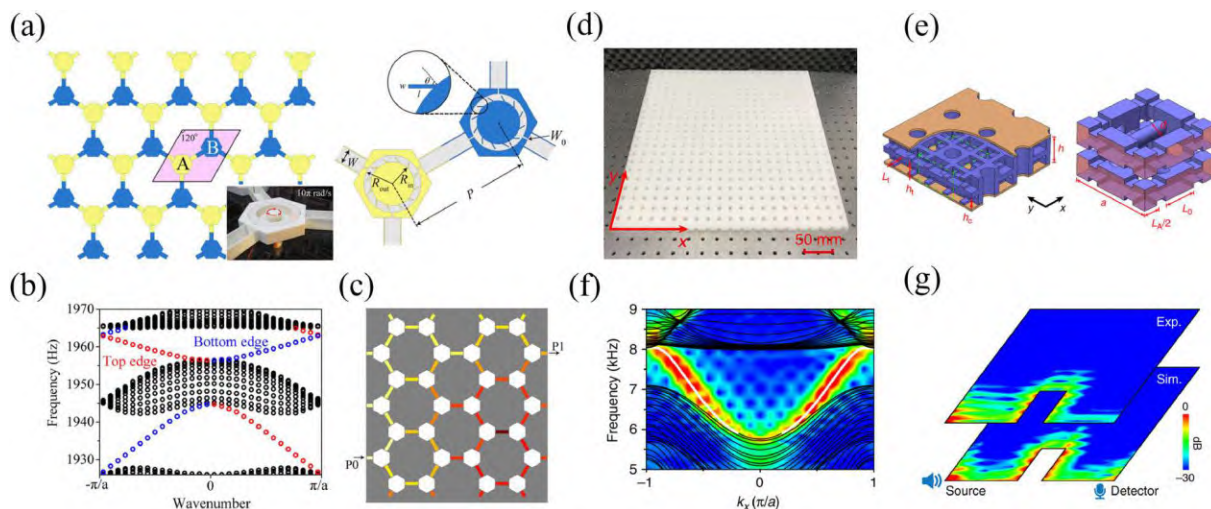


图5 (网络版彩色)声学陈绝缘体(a)的边界态色散(b)及拓扑边界态的手性传输(c)^[92]. 声学自旋-陈绝缘体(d)的单元结构(e)、边界态色散(f)及拓扑边界态的抗缺陷传输(g)^[95]

Figure 5 (Color online) (a) Schematic of the acoustic Chern insulator^[92]. (b), (c) Boundary projected dispersion and chiral transmission of boundary states in the acoustic Chern insulator^[92]. (d), (e) Photograph and unit cell of the acoustic spin-Chern insulator^[95]. (f), (g) Dispersion and robust transmission of topological boundary states in the acoustic spin-Chern insulator^[95]

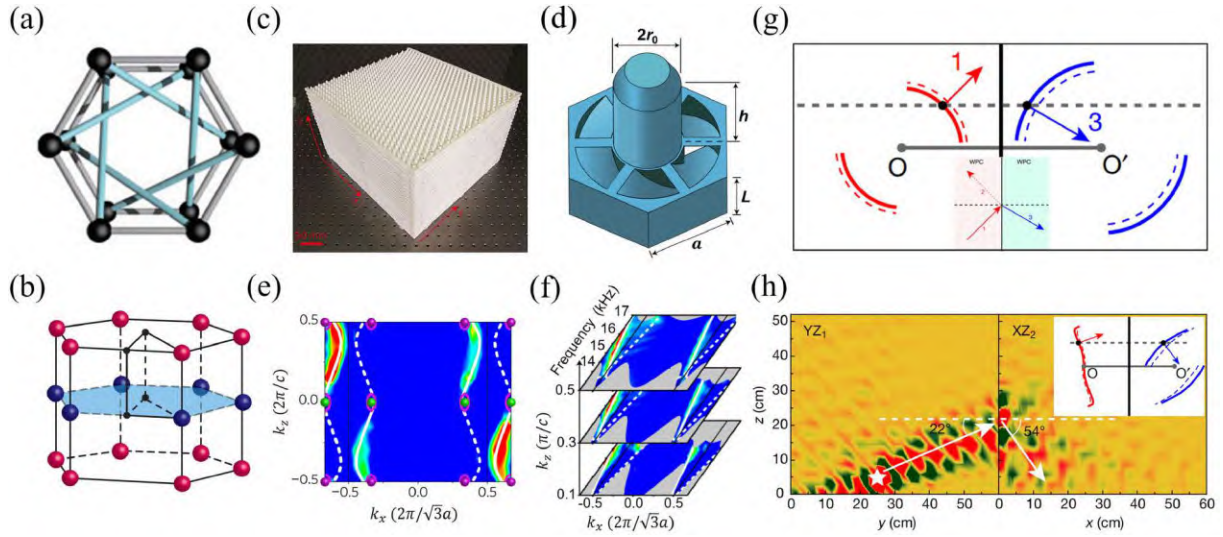


图 6 (网络版彩色)声学外尔半金属. (a) 紧束缚模型^[99]. (b) 外尔声子晶体的第一布里渊区, 其中彩色球标记的是携带不同拓扑荷的外尔点^[99]. 外尔声子晶体照片(c)及其单胞结构(d)^[100]. (e) 实验测量的频率为15.4 kHz的表面态费米弧^[100]. (f) 理论计算(白色线)和实验测量(彩色图)的固定 k_z 下YZ面的拓扑表面波色散^[100]. (g) 外尔声子晶体YZ₁和XZ₂面的表面态费米弧^[101]. (h) 费米弧表面态拓扑负折射的实验观测^[101]

Figure 6 (Color online) Acoustic Weyl semimetals. (a) Tight-binding model^[99]. (b) First bulk Brillouin zone of the Weyl phononic crystal, with the colored spheres indicating Weyl points with different topological charges^[99]. (c), (d) Photograph and unit cell of the Weyl phononic crystal^[100]. (e) Measured Fermi arcs of the surface states at a frequency of 15.4 kHz^[100]. (f) Simulated (white curves) and measured (colored maps) dispersions of the surface waves for fixed k_z on the YZ surface^[100]. (g) Fermi arcs of the surface states on the YZ₁ and XZ₂ surfaces of the Weyl phononic crystal^[101]. (h) Experimental observation of topological negative refraction of the Fermi-arc surface states^[101]

(红色球)和-1(蓝色球). 这些携带拓扑荷的外尔点可产生费米弧表面态和手性异常. 区别于拓扑绝缘体中闭合的费米弧表面态, 这类外尔半金属中的费米弧表面态是非闭合的, 并将带有相反拓扑荷的外尔点连接起来. 图6(c)和(d)分别显示了声学外尔半金属实验样品及单胞^[100]. 表面态费米弧, 即表面态色散的等频线, 如图6(e)所示. 费米弧表面态也可以通过固定 k_z 的表面色散来揭示, 如图6(f)所示. 这些手性表面态起源于 k_z 依赖的陈数, 其与外尔点的拓扑荷相关. 2019年, He等人^[101]指出利用外尔半金属费米弧表面态的非闭合特性, 可实现拓扑负折射. 图6(g)显示了两个相邻表面的表面态费米弧. 当入射波沿红色实线箭头方向入射时, 根据动量守恒原则, 折射波将沿蓝色实线箭头的方向传播, 形成负折射, 如图6(g)所示. 从图中可以知道, 折射波和入射波位于法线(灰色虚线)的同一侧; 更重要的是, 由于费米弧的非闭合特性, 表面无反射波模式, 即无红色虚线箭头标记的反射波. 图6(h)显示的是实验测量的声学外尔半金属表面上的压力场, 其清晰地展示了费米弧表面态导致的无反射波的拓扑负折射.

区别于高能物理中的外尔费米子, 晶体中的准粒子激发不受Poincaré对称性的限制, 因此在动量空间中

表现出丰富的构型和非平庸的拓扑结构. 目前研究者已经构建出具有不同类型、携带不同拓扑荷的外尔点的声学外尔半金属^[102~106], 这些外尔点包括由同向斜率色散交叉形成的二重简并外尔点, 即II型外尔点^[99,102], 具有二次、四次色散的二重简并外尔点, 这类外尔点通常携带高的拓扑荷, 如-2、+4拓扑荷^[103,104]等; 由两个线性色散和平带交叉构成三重简并外尔点, 这类外尔点也称之为自旋1外尔点^[105,106]等.

传统的三维狄拉克点是一个四重线性交叉点, 其准粒子激发表现为狄拉克费米子. 狄拉克点一般由一对带相反拓扑荷的外尔点组成, 因此携带的电荷用 Z_2 或自旋陈数来描述. 偶发的狄拉克点可以通过能带反转构建^[107], 而对称性保护的狄拉克点通常出现在具有非点式空间对称性的声子晶体中^[108,109]. 图7(a)显示的是具有对称性保护的狄拉克点的声子晶体单胞^[108], 其空间对称性属于空间对称群 $Ia\bar{3}d$. 晶体的体能带如图7(b)所示. 晶体的两个狄拉克点分别位于P和P'处, 携带的拓扑荷为零. 尽管狄拉克半金属中的费米弧表面态通常是不稳定的, 但在这个体系中, 拓扑表面态受滑移对称性和时间反演对称性的保护, 体系具有四螺旋表面态, 如图7(c)所示. 之后, 研究者在声子晶体中构

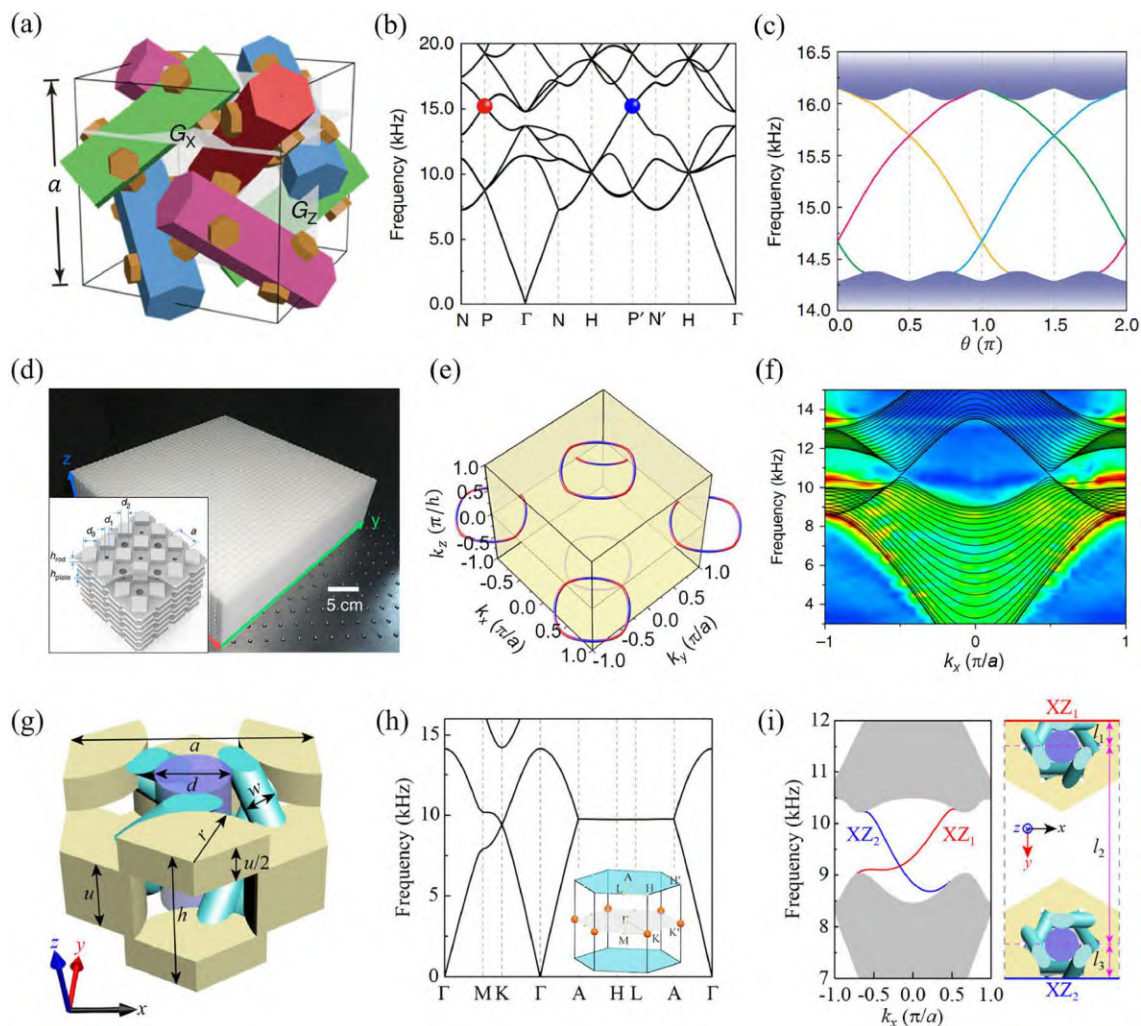


图 7 (网络版彩色)声学狄拉克半金属的单元结构(a)、体带结构(b)及四螺旋表面态色散(c)^[108]. 声学节线拓扑半金属的照片(d)、节线环在布里渊区中的分布(e)及鼓膜表面态色散(f)^[111]. 声学节面拓扑半金属的单元结构(g)、体带结构(h)及拓扑表面态色散(i)^[114]
Figure 7 (Color online) (a–c) Unit cell, bulk band structure, and dispersion of four spiral topological surface states of the acoustic Dirac semimetal^[108], respectively. (d–f) Photograph, distribution of nodal rings in the Brillouin zone, and dispersion of drumhead surface states of the acoustic nodal line topological semimetal^[111], respectively. (g–i) Unit cell, bulk band structure, and dispersion of topological surface states of the acoustic nodal surface topological semimetal^[114], respectively

建了携带 -2 荷的狄拉克点, 这类狄拉克点由两个具有相同拓扑荷的外尔点构成^[105].

2.5 声学节线和节面拓扑半金属

节线拓扑半金属是指在布洛赫动量空间中存在一维线简并的拓扑物相, 其中一维能带简并线称为节线. 区别于由二维拓扑不变量(如非零拓扑荷和陈数)所描述的节点, 节线的拓通常携带一维拓扑不变量, 即非平庸的Zak相位 π , 并产生鼓面表面态^[110–113]等. 图7(d)显示的是节线呈环状的声学拓扑半金属^[111], 其中节线

受镜面对称性保护且携带Zak相位 π . 节线在动量空间的分布如图7(e)所示. 节线的非平庸Zak相位 π 产生了扁平的鼓膜表面态, 如图7(f)所示. 其他几何构型的节线, 例如直线型节线^[112]和节链^[113], 也已在声子晶体中实现.

节面拓扑半金属是指在布洛赫动量空间存在二维面简并的拓扑物相, 其中二维能带简并面称为节面^[114]. 类似于节点, 节面通常携带有非零拓扑荷. 图7(g)显示的是声学节面拓扑半金属的单元^[114], 晶体沿 z 方向的双重螺旋对称性和时间反演对称性确保了节面的存在.

晶体的体能带结构如图7(h)所示, 系统拥有一个带-2荷的节面和两个带相同+1荷的外尔点. 它们的空间分布如图7(h)插图所示. 这些非平庸的拓扑几何确保了拓扑表面态的存在, 如图7(i)所示. 沿着这种方式, 节点可以扩展到携带相同拓扑荷的节线^[115].

2.6 声学高阶拓扑相

自2018年以来, 高阶拓扑绝缘体引起了极大的关注^[66], 它超越了传统体-边对应关系. 一般来说, n 维系统中的 l 阶拓扑相具有 $n-l$ 维拓扑边界态^[116~133]. 如图8(a)和(b)所示, 二维高阶拓扑绝缘体具有零维角态; 三维二阶(三阶)拓扑绝缘体具有一维的棱态(零维的角态). 目前已实现许多具有不同声学特性的声高阶拓扑绝缘体^[116~120,123~133], 包括声学四极矩拓扑绝缘体、八极矩拓扑绝缘体等.

高阶拓扑绝缘体的研究源于几个方面. 首先, 由于晶体边界的对称性低于其体的对称性, 拓扑边界态色散通常会打开能隙. 令人惊讶的是, 有能隙的拓扑边界态可成为有效的低维拓扑绝缘体, 并且可以支持拓扑保护的、非平庸的角态或棱态, 从而产生维度层级拓扑边界态^[51,90]. 基于声子晶体的灵活可控性, 这类高阶拓扑绝缘体在声学系统中得到广泛的研究^[51,90,116~120]. 高阶拓扑绝缘体的第二个起源是拓扑绝缘体中的极化理论. 在现代极化理论中, 体偶极矩可通过与Wannier中心相关的贝里相位计算得到. 偶极矩可通过晶体对称性(例如镜面对称性和旋转对称性)进行量子化, 使其作为拓扑不变量. 著名的Su-Schrieffer-Heeger (SSH)模型给出了具有量子化偶极矩的典型示例, 该模型描述了耦合强度交错排列的一维无自旋系统^[121]. 当SSH模型具有非平庸的偶极矩时, 即SSH模型的Wannier中心偏离晶格的位置中心, 分数电荷出现在边界处并且无法通过任何扰动消除. 尽管极化理论首先在固体物理中提出, 但它仍然可以应用于声学体系中拓扑行为的解释. 值得注意的是, 在声学系统中, 偶极子极化应由Wannier中心代替, 并且分数边界电荷可以理解为体的填充异常在边界处的表现^[122]. 受SSH模型的启发, Xiao等人^[123]在一维声子晶体中实现了声学体系中非平庸拓扑的首次表征, 他们将两个具有不同偶极矩的声子晶体拼接, 实现了零维界面态. 从一维系统中的量子化偶极矩出发, 将其推广到更高维的系统, 研究者实现了不同的声学高阶拓扑绝缘体, 这类拓扑绝缘体也称之为Wannier型高阶拓扑绝缘体^[124~126]. 相较于

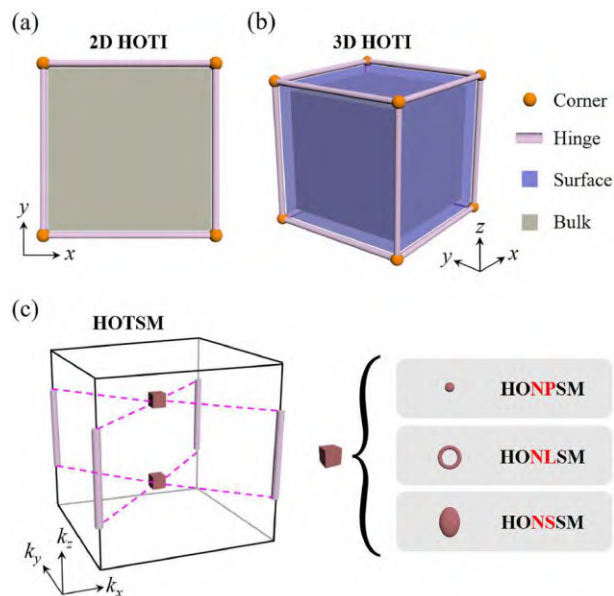


图8 (网络版彩色) 二维(a)和三维(b)高阶拓扑绝缘体中的态分布. 其中灰色区域标记体态, 蓝色面标记二维拓扑面态, 粉色线标记一维边拓扑棱态, 橙色球标记零维角态. (c) 三维高阶拓扑半金属中能带简并几何(棕色立方体)及棱态(粉色线)分布示意图, 其中棱态连接能带简并几何投影. 在高阶点、线、面简并拓扑半金属中, 简并几何分别为能带简并点、线、面

Figure 8 (Color online) (a), (b) Two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) higher-order topological insulators (HOTIs), where the bulk states, 2D topological surface states, 1D topological hinge states and 0D topological corner states are labeled by the grey areas, blue surfaces, pink lines and orange spheres, respectively. (c) Schematic of nodal objects (brown cubes) and hinge states (pink lines) in 3D higher-order topological semimetals (HOTSMs), where the hinge states connect the projected nodal objects. Note that the nodal objects in the higher-order nodal point (NP), nodal line (NL) and nodal surface (NS) topological semimetals should be the band degenerate points, lines, and surfaces, respectively

Wannier型高阶拓扑绝缘体, 多极拓扑绝缘体的偶极矩为零, 但其具有量子化的多极矩^[127~130], 其中量子化的多极矩可通过嵌套Wannier带计算得到. 例如, 四极矩拓扑绝缘体的体偶极矩为零, 但其具有对称性保护的量子化四极矩; 八极矩拓扑绝缘体的偶极矩和四极矩均为零, 但具有量子化的八极矩. 值得注意的是, 由于多极拓扑绝缘体具有复杂的耦合, 到目前为止, 其大部分只通过将声学共振腔通过不同的连接方式构建正负耦合得以实现^[127~129].

值得指出的是, 声子晶体中的拓扑现象还可以涉及多个带隙. 一个具体的例子是双频带能谷声子晶体^[131], 它能够实现声波的多频带拓扑传输. 同样, 多能隙高阶拓扑现象可用于多频带角边界声捕获^[48]. 此外, 人们可以将传统拓扑与高阶拓扑在单个声子晶体结合,

产生混合阶拓扑绝缘体^[132]。不仅如此,声学平方根拓扑绝缘体的拓扑特性继承自哈密顿量的平方,也被证明具有高阶拓扑^[133]。有趣的是,增益和损耗引起的高阶拓扑绝缘体也可在声子晶体中实现^[134]。受声学高阶拓扑绝缘体研究的启发,高阶拓扑半金属也在声学体系中相继提出并实验实现,包括四极矩拓扑半金属、高阶狄拉克和外尔半金属、高阶节线和节面拓扑半金属等^[135~142]。这些体系中的能带简并几何(狄拉克点、外尔点、节线、节面)通常视为一阶拓扑(传统拓扑)与高阶拓扑的相变点,且这些体系中的高阶拓扑边界态(棱态)连接能带简并几何投影,如图8(c)所示。最近,研究者提出将非厄米物理引入拓扑半金属中,可实现非厄米高阶拓扑半金属,可观测到有趣的趋肤效应^[143~145]。

总的来说,拓扑声学是拓扑物理学和声学之间的交叉学科,主要是探索声学体系中的拓扑机制和现象以及利用它们实现对声波的新奇操控。声子晶体基于其优异的可调性,可以被用于实现各种拓扑物理系统,包括从能谷和自旋霍尔拓扑相到外尔、狄拉克、节线、节面、高阶拓扑相等,甚至用于实现以往电子和光波体系中尚未观察到的新颖拓扑现象。在应用层面上,声学拓扑态有望用于高性能机械传感器、高质量

的谐振器、基于集成声电系统的芯片信息处理器、拓扑传感器、拓扑换能器、拓扑逻辑编码等领域。

3 总结与展望

本文对声子晶体和声学超材料的研究进展进行了综述。根据声学超材料的结构特点及其对声波的独特响应,将其构筑的结构单元分为以下几类:局部共振结构、亥姆霍兹共振结构、膜型结构和卷曲空间结构等。与传统材料相比,声学超材料具有许多特殊的声学性能,这有利于其在许多领域的实际应用,如声隐身、声透镜、声吸收、降噪和超常声传输。此外,还详细讨论了拓扑声子晶体中的新奇拓扑态:声拓扑绝缘体、声拓扑半金属、高阶声拓扑相等。除了上文介绍的内容,还有很多有趣的领域值得进一步探索,如非互易声传输、非厄米声子晶体、非厄米声学超材料等。值得注意的是,目前拓扑声子晶体的研究主要集中在理论上的研究,如何转化到实际应用方面仍有待解决。同时,在声学超材料领域,还有尚需解决的诸多问题,如基本单元之间的耦合作用对声场性能的影响,如何拓宽声学超材料的工作频率并提高它们在宽频段上的性能等。目前,声学系统中拓扑物理的研究如火如荼,为未来声学人工结构材料及新型声学器件的应用提供了新思路。

参考文献

- Born M. Wave propagation in periodic structures. *Nature*, 1946, 158: 926
- John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys Rev Lett*, 1987, 58: 2486–2489
- Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 2022–2025
- Nomura M, Laude V, Maldovan M. Phononic crystals at various frequencies. *APL Mater*, 2022, 10: 050401
- Pennec Y, Djafari-Rouhani B, Larabi H, et al. Phononic crystals and manipulation of sound. *Phys Status Solidi (c)*, 2009, 6: 2080–2085
- Martínez-Sala R, Sancho J, Sánchez J V, et al. Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 1995, 378: 241
- Khelif A, Choujaa A, Benchabane S, et al. Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides. *Appl Phys Lett*, 2004, 84: 4400–4402
- Li Z, Wang Y, Ma T, et al. Smart piezoelectric phononic crystals and metamaterials: State-of-the-art review and outlook (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2022, 67: 1305–1325 [李政阳, 王彦正, 马天雪, 等. 智能压电声子晶体与超材料研究现状与展望. 科学通报, 2022, 67: 1305–1325]
- Cummer S A, Christensen J, Alù A. Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nat Rev Mater*, 2016, 1: 16001
- Ma G, Sheng P. Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons. *Sci Adv*, 2016, 2: e1501595
- Liu Z, Zhang X, Mao Y, et al. Locally resonant sonic materials. *Science*, 2000, 289: 1734–1736
- Farhat M, Enoch S, Guenneau S, et al. Broadband cylindrical acoustic cloak for linear surface waves in a fluid. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 134501
- Ding Y, Liu Z, Qiu C, et al. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 093904
- Hu G, Tang L, Banerjee A, et al. Metastructure with piezoelectric element for simultaneous vibration suppression and energy harvesting. *J Vib Acoustics*, 2017, 139: 011012
- Matsuki T, Yamada T, Izui K, et al. Topology optimization for locally resonant sonic materials. *Appl Phys Lett*, 2014, 104: 191905
- Chen Z, Xue C, Fan L, et al. A tunable acoustic metamaterial with double-negativity driven by electromagnets. *Sci Rep*, 2016, 6: 30254
- Tan K T, Huang H H, Sun C T. Optimizing the band gap of effective mass negativity in acoustic metamaterials. *Appl Phys Lett*, 2012, 101: 241902

- 18 Chen M, Meng D, Jiang H, et al. Investigation on the band gap and negative properties of concentric ring acoustic metamaterial. *Shock Vib*, 2018, 2018(1): 1369858
- 19 Fang N, Xi D, Xu J, et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nat Mater*, 2006, 5: 452–456
- 20 Ding C L, Zhao X P. Multi-band and broadband acoustic metamaterial with resonant structures. *J Phys D-Appl Phys*, 2011, 44: 215402
- 21 Zhu Y, Assouar B. Multifunctional acoustic metasurface based on an array of Helmholtz resonators. *Phys Rev B*, 2019, 99: 174109
- 22 Zhou Y, Fang X, Li D, et al. Acoustic multiband double negativity from coupled single-negative resonators. *Phys Rev Appl*, 2018, 10: 044006
- 23 Yang A, Li P, Wen Y, et al. Note: High-efficiency broadband acoustic energy harvesting using Helmholtz resonator and dual piezoelectric cantilever beams. *Rev Sci Instruments*, 2014, 85: 066103
- 24 Yang Z, Mei J, Yang M, et al. Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 204301
- 25 Chen Y, Huang G, Zhou X, et al. Analytical coupled vibroacoustic modeling of membrane-type acoustic metamaterials: Plate model. *J Acoust Soc Am*, 2014, 136: 2926–2934
- 26 Yang M, Ma G, Yang Z, et al. Coupled membranes with doubly negative mass density and bulk modulus. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 134301
- 27 Bongard F, Lissek H, Mosig J R. Acoustic transmission line metamaterial with negative/zero/positive refractive index. *Phys Rev B*, 2010, 82: 094306
- 28 Mei J, Ma G, Yang M, et al. Dark acoustic metamaterials as super absorbers for low-frequency sound. *Nat Commun*, 2012, 3: 756
- 29 Fan L, Chen Z, Deng Y, et al. Nonlinear effects in a metamaterial with double negativity. *Appl Phys Lett*, 2014, 105: 041904
- 30 Cervera F, Sanchis L, Sánchez-Pérez J V, et al. Refractive acoustic devices for airborne sound. *Phys Rev Lett*, 2001, 88: 023902
- 31 Mei J, Liu Z, Wen W, et al. Effective mass density of fluid-solid composites. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 024301
- 32 Cai F, Liu F, He Z, et al. High refractive-index sonic material based on periodic subwavelength structure. *Appl Phys Lett*, 2007, 91: 203515
- 33 Zhu J, Christensen J, Jung J, et al. A holey-structured metamaterial for acoustic deep-subwavelength imaging. *Nat Phys*, 2011, 7: 52–55
- 34 Liang Z, Li J. Extreme acoustic metamaterial by coiling up space. *Phys Rev Lett*, 2012, 108: 114301
- 35 Song G Y, Cheng Q, Huang B, et al. Broadband fractal acoustic metamaterials for low-frequency sound attenuation. *Appl Phys Lett*, 2016, 109: 131901
- 36 Maurya S K, Pandey A, Shukla S, et al. Double negativity in 3D space coiling metamaterials. *Sci Rep*, 2016, 6: 33683
- 37 Wang Y, Zhao H, Yang H, et al. A tunable sound-absorbing metamaterial based on coiled-up space. *J Appl Phys*, 2018, 123: 185109
- 38 Zhu X, Li K, Zhang P, et al. Implementation of dispersion-free slow acoustic wave propagation and phase engineering with helical-structured metamaterials. *Nat Commun*, 2016, 7: 11731
- 39 Zhu X, Ramezani H, Shi C, et al. PT-symmetric acoustics. *Phys Rev X*, 2014, 4: 031042
- 40 Feng L, Chen J, Huang H. Progress on nonreciprocity of acoustic metamaterials (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2022, 67: 1214–1222 [冯陆洋, 陈久久, 黄宏波. 声学超材料的非互易性研究进展. *科学通报*, 2022, 67: 1214–1222]
- 41 Popa B I, Zigoneanu L, Cummer S A. Tunable active acoustic metamaterials. *Phys Rev B*, 2013, 88: 024303
- 42 Fleury R, Sounas D, Alù A. An invisible acoustic sensor based on parity-time symmetry. *Nat Commun*, 2015, 6: 5905
- 43 Zhang Z, Long H, Liu C, et al. Deep-subwavelength holey acoustic second-order topological insulators. *Adv Mater*, 2019, 31: 1904682
- 44 Liu C, Zhang Z, Liao D, et al. Rainbow trapping for sound waves in one-dimensional topological insulator. *Appl Phys Lett*, 2023, 123: 041701
- 45 Zhang Z, Cheng Y, Liu X, et al. Subwavelength multiple topological interface states in one-dimensional labyrinthine acoustic metamaterials. *Phys Rev B*, 2019, 99: 224104
- 46 Zhao D, Xiao M, Ling C W, et al. Topological interface modes in local resonant acoustic systems. *Phys Rev B*, 2018, 98: 014110
- 47 Wang Z, Zhao D, Luo J, et al. Broadband modulation of subwavelength topological interface states in a one-dimensional acoustic system. *Appl Phys Lett*, 2020, 116: 013102
- 48 Fan L, Chen Y, An S, et al. Local-resonance-induced dual-band topological corner states of flexural waves in a perforated metaplate. *Phys Rev Appl*, 2023, 19: 034065
- 49 Zhang Q, Chen Y, Zhang K, et al. Dirac degeneracy and elastic topological valley modes induced by local resonant states. *Phys Rev B*, 2020, 101: 014101
- 50 Xue H, Yang Y, Zhang B. Topological acoustics. *Nat Rev Mater*, 2022, 7: 974–990
- 51 Zhu W, Deng W, Liu Y, et al. Topological phononic metamaterials. *Rep Prog Phys*, 2023, 86: 106501
- 52 Assouar B, Liang B, Wu Y, et al. Acoustic metasurfaces. *Nat Rev Mater*, 2018, 3: 460–472
- 53 Chen K, Feng Y. A review of recent progress on directional metasurfaces: Concept, design, and application. *J Phys D-Appl Phys*, 2022, 55: 383001
- 54 Cheng Y, Zhou C, Yuan B G, et al. Ultra-sparse metasurface for high reflection of low-frequency sound based on artificial Mie resonances. *Nat Mater*, 2015, 14: 1013–1019
- 55 Jiang X, Li Y, Liang B, et al. Convert acoustic resonances to orbital angular momentum. *Phys Rev Lett*, 2016, 117: 034301

- 56 Ye L, Qiu C, Lu J, et al. Making sound vortices by metasurfaces. *AIP Adv*, 2016, 6: 085007
- 57 Melde K, Mark A G, Qiu T, et al. Holograms for acoustics. *Nature*, 2016, 537: 518–522
- 58 Shen Y X, Peng Y G, Cai F, et al. Ultrasonic super-oscillation wave-packets with an acoustic meta-lens. *Nat Commun*, 2019, 10: 3411
- 59 Li Z L, Chen K, Li F, et al. Decorated bacteria-cellulose ultrasonic metasurface. *Nat Commun*, 2023, 14: 5319
- 60 Page J H, Sukhovich A, Yang S, et al. Phononic crystals. *Physica Status Solidi (b)*, 2004, 241: 3454–3462
- 61 Zhang X, Liu Z. Extremal transmission and beating effect of acoustic waves in two-dimensional sonic crystals. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 264303
- 62 Shen Y X, Peng Y G, Zhao D G, et al. One-way localized adiabatic passage in an acoustic system. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 094501
- 63 Peng Y G, Qin C Z, Zhao D G, et al. Experimental demonstration of anomalous Floquet topological insulator for sound. *Nat Commun*, 2016, 7: 13368
- 64 Gao F, Xiang X, Peng Y G, et al. Orbital topological edge states and phase transitions in one-dimensional acoustic resonator chains. *Nat Commun*, 2023, 14: 8162
- 65 Liu Y, Zhang Z, Cheng Y, et al. Spoof surface Dirac-vortex topological state in Kekulé modulated phononic crystals (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2023, 68: 3455–3463 [刘翊贤, 张志旺, 程营, 等. Kekulé调制声子晶体中的赝表面狄拉克涡旋拓扑态. 科学通报, 2023, 68: 3455–3463]
- 66 Xie B, Wang H X, Zhang X, et al. Higher-order band topology. *Nat Rev Phys*, 2021, 3: 520–532
- 67 Jiang B, Bouhon A, Lin Z K, et al. Experimental observation of non-Abelian topological acoustic semimetals and their phase transitions. *Nat Phys*, 2021, 17: 1239–1246
- 68 Lu J, Deng W, Huang X, et al. Non-Hermitian topological phononic metamaterials. *Adv Mater*, 2023, 2307998
- 69 Coullais C, Sounas D, Alù A. Static non-reciprocity in mechanical metamaterials. *Nature*, 2017, 542: 461–464
- 70 Dong J W, Chen X D, Zhu H, et al. Valley photonic crystals for control of spin and topology. *Nat Mater*, 2017, 16: 298–302
- 71 Gao F, Xue H, Yang Z, et al. Topologically protected refraction of robust kink states in valley photonic crystals. *Nat Phys*, 2018, 14: 140–144
- 72 Ye L, Yang Y, Hong H Z, et al. Observation of valley-selective microwave transport in photonic crystals. *Appl Phys Lett*, 2017, 111: 251107
- 73 Lu J, Qiu C, Ke M, et al. Valley vortex states in sonic crystals. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 093901
- 74 Lu J, Qiu C, Ye L, et al. Observation of topological valley transport of sound in sonic crystals. *Nat Phys*, 2017, 13: 369–374
- 75 Ye L, Qiu C, Lu J, et al. Observation of acoustic valley vortex states and valley-chirality locked beam splitting. *Phys Rev B*, 2017, 95: 174106
- 76 Gao P, Zhang Z, Christensen J. Sonic valley-Chern insulators. *Phys Rev B*, 2020, 101: 020301
- 77 Zhang Z, Tian Y, Wang Y, et al. Directional acoustic antennas based on valley-Hall topological insulators. *Adv Mater*, 2018, 30: 1803229
- 78 Hu B, Zhang Z, Zhang H, et al. Non-Hermitian topological whispering gallery. *Nature*, 2021, 597: 655–659
- 79 Zhu Z, Yan M, Pan J, et al. Acoustic valley spin Chern insulators. *Phys Rev Appl*, 2021, 16: 014058
- 80 Lu J, Qiu C, Deng W, et al. Valley topological phases in bilayer sonic crystals. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 116802
- 81 Wang M, Zhou W, Bi L, et al. Valley-locked waveguide transport in acoustic heterostructures. *Nat Commun*, 2020, 11: 3000
- 82 Wang M, Ye L, Christensen J, et al. Valley physics in non-Hermitian artificial acoustic boron nitride. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 246601
- 83 Yan M, Lu J, Li F, et al. On-chip valley topological materials for elastic wave manipulation. *Nat Mater*, 2018, 17: 993–998
- 84 Kane C L, Mele E J. Z_2 topological order and the quantum spin Hall effect. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 146802
- 85 He C, Ni X, Ge H, et al. Acoustic topological insulator and robust one-way sound transport. *Nat Phys*, 2016, 12: 1124–1129
- 86 Zhang Z, Wei Q, Cheng Y, et al. Topological creation of acoustic pseudospin multipoles in a flow-free symmetry-broken metamaterial lattice. *Phys Rev Lett*, 2017, 118: 084303
- 87 Christiansen R E, Wang F, Sigmund O. Topological insulators by topology optimization. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 234502
- 88 Yu S Y, He C, Wang Z, et al. Elastic pseudospin transport for integratable topological phononic circuits. *Nat Commun*, 2018, 9: 3072
- 89 Zheng L Y, Theocharis G, Tournat V, et al. Quasitopological rotational waves in mechanical granular graphene. *Phys Rev B*, 2018, 97: 060101
- 90 He C, Lai H S, He B, et al. Acoustic analogues of three-dimensional topological insulators. *Nat Commun*, 2020, 11: 2318
- 91 Khanikaev A B, Fleury R, Mousavi S H, et al. Topologically robust sound propagation in an angular-momentum-biased graphene-like resonator lattice. *Nat Commun*, 2015, 6: 8260
- 92 Ding Y, Peng Y, Zhu Y, et al. Experimental demonstration of acoustic Chern insulators. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 014302
- 93 Sheng D N, Weng Z Y, Sheng L, et al. Quantum spin-Hall effect and topologically invariant Chern numbers. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 036808
- 94 Li H, Sheng L, Xing D Y. Connection of edge states to bulk topological invariance in a quantum spin Hall state. *Phys Rev Lett*, 2012, 108: 196806
- 95 Deng W, Huang X, Lu J, et al. Acoustic spin-Chern insulator induced by synthetic spin-orbit coupling with spin conservation breaking. *Nat Commun*, 2020, 11: 3227
- 96 Zhang Z, Gao P, Liu W, et al. Structured sonic tube with carbon nanotube-like topological edge states. *Nat Commun*, 2022, 13: 5096
- 97 Jiang J H. Tunable topological Weyl semimetal from simple-cubic lattices with staggered fluxes. *Phys Rev A*, 2012, 85: 033640
- 98 Lu L, Wang Z, Ye D, et al. Experimental observation of Weyl points. *Science*, 2015, 349: 622–624
- 99 Xiao M, Chen W J, He W Y, et al. Synthetic gauge flux and Weyl points in acoustic systems. *Nat Phys*, 2015, 11: 920–924

- 100 Li F, Huang X, Lu J, et al. Weyl points and Fermi arcs in a chiral phononic crystal. *Nat Phys*, 2018, 14: 30–34
- 101 He H, Qiu C, Ye L, et al. Topological negative refraction of surface acoustic waves in a Weyl phononic crystal. *Nature*, 2018, 560: 61–64
- 102 Huang X, Deng W, Li F, et al. Ideal type-II Weyl phase and topological transition in phononic crystals. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 206802
- 103 He H, Qiu C, Cai X, et al. Observation of quadratic Weyl points and double-helicoid arcs. *Nat Commun*, 2020, 11: 1820
- 104 Luo L, Deng W, Yang Y, et al. Observation of quadruple Weyl point in hybrid-Weyl phononic crystals. *Phys Rev B*, 2022, 106: 134108
- 105 Yang Y, Sun H, Xia J, et al. Topological triply degenerate point with double Fermi arcs. *Nat Phys*, 2019, 15: 645–649
- 106 Deng W Y, Huang X Q, Lu J Y, et al. Acoustic spin-1 Weyl semimetal. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2020, 63: 287032
- 107 Xie B, Liu H, Cheng H, et al. Dirac points and the transition towards Weyl points in three-dimensional sonic crystals. *Light Sci Appl*, 2020, 9: 201
- 108 Cai X, Ye L, Qiu C, et al. Symmetry-enforced three-dimensional Dirac phononic crystals. *Light Sci Appl*, 2020, 9: 38
- 109 Cheng H, Sha Y, Liu R, et al. Discovering topological surface states of Dirac points. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 104301
- 110 Fang C, Weng H, Dai X, et al. Topological nodal line semimetals. *Chin Phys B*, 2016, 25: 117106
- 111 Deng W, Lu J, Li F, et al. Nodal rings and drumhead surface states in phononic crystals. *Nat Commun*, 2019, 10: 1769
- 112 Qiu H, Qiu C, Yu R, et al. Straight nodal lines and waterslide surface states observed in acoustic metacrystals. *Phys Rev B*, 2019, 100: 041303
- 113 Lu J, Huang X, Yan M, et al. Nodal-chain semimetal states and topological focusing in phononic crystals. *Phys Rev Appl*, 2020, 13: 054080
- 114 Xiao M, Ye L, Qiu C, et al. Experimental demonstration of acoustic semimetal with topologically charged nodal surface. *Sci Adv*, 2020, 6: eaav2360
- 115 Xiao M, Sun X Q, Fan S. Nodal chain semimetal in geometrically frustrated systems. *Phys Rev B*, 2019, 99: 094206
- 116 Zhang X, Wang H X, Lin Z K, et al. Second-order topology and multidimensional topological transitions in sonic crystals. *Nat Phys*, 2019, 15: 582–588
- 117 Wei Q, Zhang X, Deng W, et al. 3D hinge transport in acoustic higher-order topological insulators. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 255501
- 118 Zheng L Y, Christensen J. Dirac hierarchy in acoustic topological insulators. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 156401
- 119 Zhang X, Lin Z K, Wang H X, et al. Symmetry-protected hierarchy of anomalous multipole topological band gaps in nonsymmorphic metacrystals. *Nat Commun*, 2020, 11: 65
- 120 Lin Z K, Wu S Q, Wang H X, et al. Higher-order topological spin Hall effect of sound. *Chin Phys Lett*, 2020, 37: 074302
- 121 Zak J. Berry's phase for energy bands in solids. *Phys Rev Lett*, 1989, 62: 2747–2750
- 122 Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L. Electric multipole moments, topological multipole moment pumping, and chiral hinge states in crystalline insulators. *Phys Rev B*, 2017, 96: 245115
- 123 Xiao M, Ma G, Yang Z, et al. Geometric phase and band inversion in periodic acoustic systems. *Nat Phys*, 2015, 11: 240–244
- 124 Ni X, Weiner M, Alù A, et al. Observation of higher-order topological acoustic states protected by generalized chiral symmetry. *Nat Mater*, 2019, 18: 113–120
- 125 Zhang X, Liu L, Lu M H, et al. Valley-selective topological corner states in sonic crystals. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 156401
- 126 Fan H, Xia B, Tong L, et al. Elastic higher-order topological insulator with topologically protected corner states. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 204301
- 127 Serra-Garcia M, Peri V, Süsstrunk R, et al. Observation of a phononic quadrupole topological insulator. *Nature*, 2018, 555: 342–345
- 128 Qi Y, Qiu C, Xiao M, et al. Acoustic realization of quadrupole topological insulators. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 206601
- 129 Ni X, Li M, Weiner M, et al. Demonstration of a quantized acoustic octupole topological insulator. *Nat Commun*, 2020, 11: 2108
- 130 Lin Z K, Wang H X, Xiong Z, et al. Anomalous quadrupole topological insulators in two-dimensional nonsymmorphic sonic crystals. *Phys Rev B*, 2020, 102: 035105
- 131 Ma J, Xi X, Sun X. Experimental demonstration of dual-band nano-electromechanical valley-Hall topological metamaterials. *Adv Mater*, 2021, 33: 2006521
- 132 Yang Y, Lu J, Yan M, et al. Hybrid-order topological insulators in a phononic crystal. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 156801
- 133 Yan M, Huang X, Luo L, et al. Acoustic square-root topological states. *Phys Rev B*, 2020, 102: 180102
- 134 Gao H, Xue H, Gu Z, et al. Non-Hermitian route to higher-order topology in an acoustic crystal. *Nat Commun*, 2021, 12: 1888
- 135 Wei Q, Zhang X, Deng W, et al. Higher-order topological semimetal in acoustic crystals. *Nat Mater*, 2021, 20: 812–817
- 136 Qiu H, Xiao M, Zhang F, et al. Higher-order Dirac sonic crystals. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 146601
- 137 Ma Q, Pu Z, Ye L, et al. Observation of higher-order nodal-line semimetal in phononic crystals. *Phys Rev Lett*, 2024, 132: 066601
- 138 Xiang X, Peng Y G, Gao F, et al. Demonstration of acoustic higher-order topological Stiefel-Whitney semimetal. *Phys Rev Lett*, 2024, 132: 197202
- 139 Luo L, Wang H X, Lin Z K, et al. Observation of a phononic higher-order Weyl semimetal. *Nat Mater*, 2021, 20: 794–799
- 140 Wang H X, Lin Z K, Jiang B, et al. Higher-order Weyl semimetals. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 146401
- 141 Xiong Z, Lin Z K, Wang H X, et al. Valley higher-order Weyl semimetals. *Phys Rev B*, 2023, 108: 085141

- 142 Qiu H, Li Y, Zhang Q, et al. Discovery of higher-order nodal surface semimetals. [Phys Rev Lett](#), 2024, 132: 186601
- 143 Ghorashi S A A, Li T, Sato M. Non-Hermitian higher-order Weyl semimetals. [Phys Rev B](#), 2021, 104: L161117
- 144 Liu T, He J J, Yang Z, et al. Higher-order Weyl-exceptional-ring semimetals. [Phys Rev Lett](#), 2021, 127: 196801
- 145 Gu Z, Guo J, Zhu J. Progress on the novel states in non-Hermitian topological acoustics (in Chinese). [Chin Sci Bull](#), 2023, 68: 3428–3436 [顾仲明, 郭佳敏, 祝捷. 非厄米拓扑声学中新奇物态的研究进展. 科学通报, 2023, 68: 3428–3436]

Summary for “声学超材料和拓扑声子晶体研究进展”

Research advances in acoustic metamaterials and topological phononic crystals

Liping Ye¹, Jiuyang Lu¹, Weiyin Deng¹, Manzhu Ke¹ & Zhengyou Liu^{1,2*}

¹ Key Laboratory of Artificial Micro- and Nano-structures of Ministry of Education and School of Physics and Technology, Wuhan University, Wuhan 430072, China

² Institute for Advanced Studies, Wuhan University, Wuhan 430072, China

* Corresponding author, E-mail: zyliu@whu.edu.cn

Acoustic metamaterials and phononic crystals are new acoustic artificial materials developed in the last 30 years. These artificial materials, generally composed of meta-atoms, possess unique properties (e.g., negative refractive index) that are not found in nature or previously believed to be impossible. Due to their exceptional properties, such artificial materials can lead to intriguing phenomena, such as acoustic cloaks, sound abnormal refraction/reflection and sound self-bending, providing a novel research pathway and a promising application opportunity for the precise and controllable modulation of acoustic vibrations. Nowadays, acoustic metamaterials and phononic crystals have been used to explore some interesting and intricate physics, such as nonreciprocal, topological and moiré physics, because of their flexibility in fabrication and manipulation. The combination of novel physics with these two acoustic artificial materials can significantly broaden their range of practical applications.

In this paper, we mainly outline the research history and recent progress of acoustic metamaterials and topological phononic crystals by presenting representative achievements, including effective acoustic parameters and nontrivial properties. First, we roughly classify the acoustic metamaterials into two types according to the structural characteristics of the meta-atoms. The first type is resonant acoustic metamaterials containing resonant meta-atoms, such as locally resonant structures, resonant membranes, and Helmholtz resonators. The second type is non-resonant acoustic metamaterials, which are composed of non-resonant meta-atoms, such as space-coiled and coupled filter-element structures. Then, based on this classification and according to the dimensional periodicity, the unique physical properties (such as negative mass density and negative bulk modulus) of different acoustic metamaterials and their ability to regulate the acoustic fields (such as acoustic cloak, super-resolution imaging, and abnormal sound transmission) are briefly reviewed. Second, we introduce the topological properties and construction methods of topological phononic crystals. The topological phononic crystals can be classified into two types according to their topological nature: Conventional topological phononic crystals and higher-order topological phononic crystals, which are characterized by the first-order (e.g., Chern numbers) and higher-order (e.g., quadrupole moments) topological invariants, respectively. In general, D-dimensional conventional phononic crystals host (D-1)-dimensional topological states at the boundaries of the systems. However, different from the conventional topological cases, the hallmark of the D-dimensional n -order higher-order phononic crystals is the existence of topological modes at (D- n)-dimensional boundaries of the systems, e.g., zero-dimensional corner modes of a two-dimensional system and one-dimensional hinge modes of a three-dimensional system. Under this background, the different topological phononic crystals, such as (higher-order) acoustic topological insulators and (higher-order) acoustic topological semimetals, and their potential applications are briefly reviewed. The development of topological phononic crystals has brought numerous unprecedented effects into acoustics, such as topological reflection, topological negative refraction, topological ‘sasers’ (i.e. the phononic analog of lasers) and non-Hermitian topological phononic crystals. Finally, we discuss the applications and existing challenges of acoustic metamaterials and topological phononic crystals, and provide an overview of future directions in the field.

acoustic metamaterials, phononic crystals, acoustic topological states, topological physics, artificial materials

doi: [10.1360/TB-2024-0964](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0964)